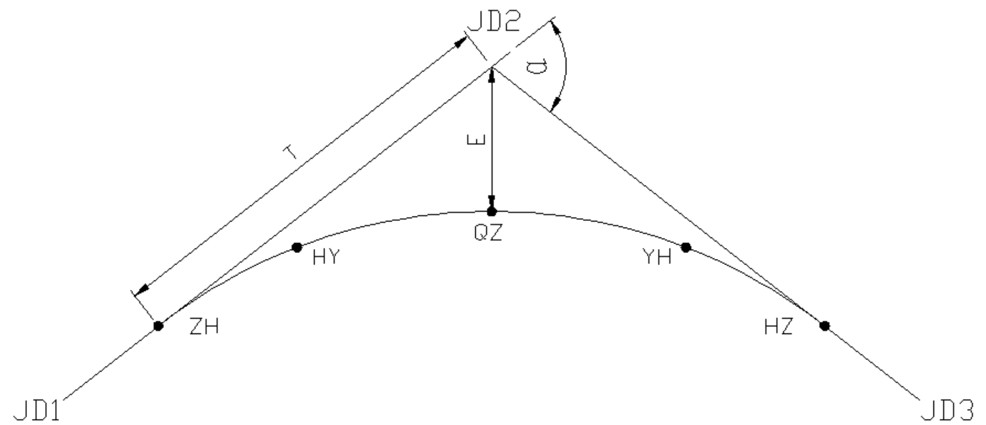
圆曲线带有缓和曲线的曲线
中边桩坐标计算方法

在工程测量道路放样中坐标计算是在整个测量过程中占有非常重要的地位，也是测量员在工作中需要具备最基本的计算能力，近两年来中国中铁为认真落实《中共中央办公厅国务院办公厅关于加强高技能人才工作的意见》和“十三五”人才队伍发展规划，培养一批适应企业发展的青年高技能人才，提高施工生产一线测量人员的职业技能和水平，举办测量大赛主委会让选手们采用普通计算器（CASIO fx-82 ESPLUS）熟记公式的情况下计算出道路基本型圆曲线带有缓和曲线的任意点中边桩坐标，本文以中国中铁某局提供的题型作为坐标计算基础数据进行演示。

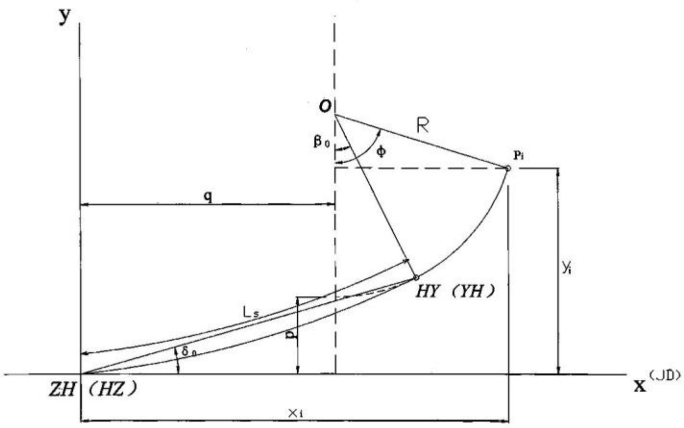
【中铁某局例题】:

已知某公路线路给出三个交点坐标为 JD1（X=2555046.672、Y=859672.608），JD2（X=2554946.967、Y=859650.766），JD3(X=2554902.160、Y=859630.869)，已知 JD2 交点里程为 DK8+383.596，R=500m，l_{s1}=20m，l_{s2}=30m，计算曲线要素、主点$直缓_{ZH}$、$缓圆_{HY}$、$曲中_{QZ}$、$圆缓_{YH}$、$缓直_{HZ}$里程及第一缓和曲线 DK8+330 偏左 2m、圆曲线 DK8+380 偏左 2m，第二缓和曲线 DK8+440 偏右 2m 的中、边桩坐标。



交点图示

题型了解：从已知数据可以看出题型属于基本型圆曲线带缓和曲线两端缓和曲线不等长型，需要先计算出曲线要素（切线长T_1、T_2、外失距E、圆曲线长L_y、曲线长L、切曲差q、缓和曲线角$\beta o1$、$\beta o2$、切垂距m_1、m_2、内移距p_1、p_2、转向角a、JD1-JD2 坐标方位角、JD2-JD3 坐标方位角），由于第一、第二缓和曲线的长度不等因此T_1、T_2、m_1、m_2、p_1、p_2不相等，曲线坐标计算有多种方法，其中包括（切线支距法、偏角法、弦线支距法、弦线偏距法、圆外基线法、切基线法、长弦偏角法、极坐标法），本文采用常用的切线支距法作为基本公式。



缓和曲线图示

缓和曲线切线支距法通用公式：

$$X_n=\frac{(-1)^{n+1}\times L^{4n-3}}{(2n-2)!\times 2^{2n-2}\times(4n-3)\times(RL_s)^{2n-2}}$$

$$Y_n=\frac{(-1)^{n+1}\times L^{4n-1}}{(2n-1)!\times 2^{2n-1}\times(4n-1)\times(RL_s)^{2n-1}}$$

式中：

n为项数序号(1、2、3、……n)

!为阶乘

R为圆曲线半径

L_s为缓和曲线长

计算步骤：

1、计算 JD1-JD2 坐标方位角A_P

2、计算 JD2-JD3 坐标方位角$A_{P'}$

3、计算 JD2 转向角a

4、计算切垂距m_1、m_2、内移距p_1、p_2

5、计算切线长T_1、T_2、外失距E、圆曲线长L_y、曲线长L、切曲差q、缓和曲线

角$\beta o1$、$\beta o2$

6、计算曲线五大桩（直缓K_{ZH}、缓圆K_{HY}、曲中K_{QZ}、圆缓K_{YH}、缓直K_{HZ}）里程

7、计算直缓K_{ZH}坐标、缓直K_{HZ}坐标

8、计算第一缓和曲线中桩、偏左 2m 边桩坐标 DK8+330（l,X_i',Y_i',β_p,X,Y）

9、计算圆曲线中桩、偏左 2m 边桩坐标 DK8+380（l,X_i',Y_i',β_p,X,Y）

10、计算第二缓和曲线中桩、偏右 2m 边桩坐标 DK8+440（l,X_i',Y_i',β_p,X,Y）

一、计算直线 JD1-JD2 坐标方位角$\boldsymbol{A_P}$

方位角计算公式：

$$\left|\begin{array}{c} arctan_{AB}=\dfrac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}\left(a_{AB锐}=arctan\left|\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right|\right) \\ \Delta x_{AB}>0\ 且\Delta y_{AB}\geq 0\ 则为一象限。a_{AB}=a_{AB锐} \\ \Delta x_{AB}<0\ 且\Delta y_{AB}\geq 0\ 则为二象限。a_{AB}=180^\circ-a_{AB锐} \\ \Delta x_{AB}<0\ 且\Delta y_{AB}<0\ 则为三象限。a_{AB}=180^\circ+a_{AB锐} \\ \Delta x_{AB}>0\ 且\Delta y_{AB}<0\ 则为四象限。a_{AB}=360^\circ-a_{AB锐} \\ \Delta x_{AB}=0\ 且\Delta y_{AB}>0\ 则a_{AB}=90^\circ \\ \Delta x_{AB}=0\ 且\Delta y_{AB}<0\ 则a_{AB}=270^\circ \end{array}\right|$$

$$arctan_{AB}=\frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}=\frac{JD2_Y-JD1_Y}{JD2_X-JD1_X}=\frac{859650.766-859672.608}{2554946.967-2555046.672}$$

$$arctan_{AB}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{-21.842}{-99.705}$$

$arctan_{AB}=12°21'22.96"$（象限角）

$\Delta x_{AB}<0$ 且$\Delta y_{AB}<0$ 则为三象限。$a_{AB}=180^\circ+a_{AB锐}$

$A_P=180°+12°21'22.96”$

$A_P=192°21'22.96”$

提示：卡西欧 CASIO 计算器可用 POL 函数计算。

二、计算直线 JD2-JD3 坐标方位角$\boldsymbol{A_{P'}}$

$$arctan_{AB}=\frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}=\frac{JD3_Y-JD2_Y}{JD3_X-JD2_X}=\frac{859630.869-859650.766}{2554902.160-2554946.967}$$

$$arctan_{AB}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{-19.897}{-44.807}$$

$arctan_{AB}=23°56'38.75"$（象限角）

$\Delta x_{AB}<0$ 且$\Delta y_{AB}<0$ 则为三象限。$a_{AB}=180^\circ+a_{AB锐}$

$A_{P'}=180°+23°56'38.75"$

$A_{P'}=203°56'38.75"$

提示：卡西欧 CASIO 计算器可用 POL 函数计算。

三、计算 JD2 转向角a

转向角a为曲线走向的交点转角，在设计没有明确告诉转角时可通过第二切线方位角$A_{P'}$和第一切线方位角A_P相减得出，负数为左转曲线、正数为右转曲线。

转向角$a = A_{P'} - A_P$

转向角$a = 203°56'38.75'' - 192°21'22.96''$

转向角$a = 11°35'15.79''$（*负数为左转，正数为右转，计算得出JD2 为右转曲线*）

四、计算切垂距$\boldsymbol{m_1}$、$\boldsymbol{m_2}$、内移距$\boldsymbol{p_1}$、$\boldsymbol{p_2}$

由缓和曲线基本公式可求出m_1、m_2、p_1、p_2该公式属于无限多项式，这里取前 3 项作为基本公式，然后可通过m_1、m_2、p_1、p_2计算切线长T_1、T_2等。

$$\text{切垂距}m\text{：}\begin{cases} m_1 = \dfrac{l_{s1}}{2} - \dfrac{l_{s1}^3}{240R^2} + \dfrac{l_{s1}^5}{34560R^4} \\ m_2 = \dfrac{l_{s2}}{2} - \dfrac{l_{s2}^3}{240R^2} + \dfrac{l_{s2}^5}{34560R^4} \end{cases} \begin{pmatrix} l_{s1}\text{为第一缓和曲线长} \\ R\text{为半径} \\ l_{s2}\text{为第二缓和曲线长} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} m_1 = \dfrac{20}{2} - \dfrac{20^3}{240 \times 500^2} + \dfrac{20^5}{34560 \times 500^4} = 9.999866668m \\ m_2 = \dfrac{30}{2} - \dfrac{30^3}{240 \times 500^2} + \dfrac{30^5}{34560 \times 500^4} = 14.999550011m \end{cases}$$

$$\text{内移距}p\text{：}\begin{cases} p_1 = \dfrac{l_{s1}^2}{24R} - \dfrac{l_{s1}^4}{2688R^3} + \dfrac{l_{s1}^6}{506880R^5} \\ p_2 = \dfrac{l_{s2}^2}{24R} - \dfrac{l_{s2}^4}{2688R^3} + \dfrac{l_{s2}^6}{506880R^5} \end{cases} \begin{pmatrix} l_{s1}\text{为第一缓和曲线长} \\ R\text{为半径} \\ l_{s2}\text{为第二缓和曲线长} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} p_1 = \dfrac{20^2}{24 \times 500} - \dfrac{20^4}{2688 \times 500^3} + \dfrac{20^6}{506880 \times 500^5} = 0.033332857m \\ p_2 = \dfrac{30^2}{24 \times 500} - \dfrac{30^4}{2688 \times 500^3} + \dfrac{30^6}{506880 \times 500^5} = 0.074997589m \end{cases}$$

五、计算切线长$\boldsymbol{T_1}$、$\boldsymbol{T_2}$、圆曲线长$\boldsymbol{L_y}$、曲线长$\boldsymbol{L}$、切曲差$\boldsymbol{q}$、缓和曲线角$\boldsymbol{\beta o1}$、$\boldsymbol{\beta o2}$、外失距$\boldsymbol{E}$

$$\text{切线长}T\text{：}\begin{cases} T_1 = m_1 + \dfrac{R + p_2 - (R + p_1)cosa}{sina} \\ T_2 = m_2 + \dfrac{R + p_1 - (R + p_2)cosa}{sina} \end{cases} \begin{pmatrix} a\text{为向转角} \\ m\text{为切垂距} \\ p\text{为内移距} \\ R\text{为半径} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} T_1 = 9.999866668 + \dfrac{500 + 0.074997589 - (500 + 0.033332857)cos11°35'15.79"}{sin11°35'15.79"} = 60.9447m \\ T_2 = 14.999550011 + \dfrac{500 + 0.033332857 - (500 + 0.074997589)cos11°35'15.79"}{sin11°35'15.79"} = 65.5337m \end{cases}$$

$$圆曲线长：L_y = R \cdot a \cdot \frac{\pi}{180} - \frac{l_{s1}}{2} - \frac{l_{s2}}{2} \begin{pmatrix} R为半径 \\ a为转向角 \\ l_{s1}为第一缓和曲线长 \\ l_{s2}为第二缓和曲线长 \end{pmatrix}$$

$$L_y = 500 \times 11°35'15.79" \times \frac{\pi}{180} - \frac{20}{2} - \frac{30}{2} = 76.1219m$$

$$曲线长：L = L_y + l_{s1} + l_{s2} \begin{pmatrix} L_y为圆曲线长 \\ l_{s1}为第一缓和曲线长 \\ l_{s2}为第二缓和曲线长 \end{pmatrix}$$

$$L = 76.1219 + 20 + 30 = 126.1219m$$

$$切曲差：q = 2T - L \begin{pmatrix} T为切线长 \\ L为曲线长 \end{pmatrix}$$

$$q = (60.9447m + 65.5337m) - 126.1219m = 0.3565m$$

$$缓和曲线角：\beta o = \frac{l_s}{2R} \cdot \frac{180}{\pi} \begin{pmatrix} l_s为缓和曲线长 \\ R为半径 \end{pmatrix}$$

$$\beta o1 = \frac{20}{2 \times 500} \times \frac{180}{\pi} = 1°08'45.3"$$

$$\beta o2 = \frac{30}{2 \times 500} \times \frac{180}{\pi} = 1°43'07.94"$$

$$外矢距：E = \left(R + \frac{p_1 + p_2}{2}\right) \cdot \sec\frac{a}{2} - R \begin{pmatrix} R为半径 \\ p_1为内移量 \\ a为转角 \end{pmatrix}$$

$$E = \left(500 + \frac{0.033332857 + 0.074997589}{2}\right) \div \cos\frac{11°35'15.79"}{2} - 500 = 2.622m$$

六、计算曲线五大桩（直缓K_{ZH}、缓圆K_{HY}、曲中K_{QZ}、圆缓K_{YH}、缓直K_{HZ}）里程

$$曲线五大桩：\begin{cases}直缓K_{ZH}=K_{JD}-T_1\\ 缓圆K_{HY}=K_{ZH}+l_{s1}\\ 曲中K_{QZ}=K_{HY}+\frac{L_y}{2}\\ 圆缓K_{YH}=K_{HY}+L_y\\ 缓直K_{HZ}=K_{YH}+l_{s2}\end{cases}\begin{pmatrix}K_{JD}为交点里程\\ T_1为第一切线长\\ l_{s1}为第一缓和曲线长\\ L_y为圆曲线长\\ l_{s2}为第二缓和曲线长\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}直缓K_{ZH}=8383.596-60.9447m=DK8+322.6513\\ 缓圆K_{HY}=8322.6513+20=DK8+342.6513\\ 曲中K_{QZ}=8342.6513+\frac{76.1219}{2}=DK8+380.7123\\ 圆缓K_{YH}=8342.6513+76.1219=DK8+418.7732\\ 缓直K_{HZ}=8418.7732+30=DK8+448.7732\end{cases}$$

七、计算直缓K_{ZH}坐标、缓直K_{HZ}坐标

$$ZH直缓坐标：\begin{cases}X_{ZH}=JD_X-T_1cosA_p\\ Y_{ZH}=JD_Y-T_1sinA_p\end{cases}\begin{pmatrix}JD坐标为(X,Y)\\ T_1为第一切线长\\ A_p为第一切线方位角(JD1\rightarrow JD2)\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}X_{ZH}=2554946.967-60.9447\times cos192°21'22.96''=2555006.499930\\ Y_{ZH}=859650.766-60.9447\times sin192°21'22.96''=859663.807655\end{cases}$$

$$HZ直缓坐标：\begin{cases}X_{HZ}=JD_X+T_2cosA_{p'}\\ Y_{HZ}=JD_Y+T_2sinA_{p'}\end{cases}\begin{pmatrix}JD坐标为(X,Y)\\ T_2为第二切线长\\ A_{p'}为第二切线方位角(JD2\rightarrow JD3)\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}X_{HZ}=2554946.967+65.5337\times cos203°56'38.75''=2554887.072964\\ Y_{HZ}=859650.766+65.5337\times sin203°56'38.75''=859624.169449\end{cases}$$

$$左边桩坐标：\begin{cases}X_{左}=X_{中}+D\cdot\cos(A_{pi}-90°)\\ Y_{左}=Y_{中}+D\cdot sin(A_{pi}-90°)\end{cases}\begin{pmatrix}D为中桩到边桩的偏距\\ A_{pi}为切线方位角\end{pmatrix}$$

$$右边桩坐标：\begin{cases}X_{右}=X_{中}+D\cdot\cos(A_{pi}+90°)\\ Y_{右}=Y_{中}+D\cdot sin(A_{pi}+90°)\end{cases}\begin{pmatrix}D为中桩到边桩的偏距\\ A_{pi}为切线方位角\end{pmatrix}$$

八、计算第一缓和曲线中桩、偏左 2m 边桩坐标 DK8+330（$\boldsymbol{l,X_i',Y_i',A_{pi},X,Y}$）

由缓和曲线基本公式可求出X_i'、Y_i'该公式属于无限多项式，这里取前 3 项作为基本公式。

第一缓和曲线方程：$\begin{cases} X_i' = l - \dfrac{l^5}{40R^2 \cdot l_{s1^2}} + \dfrac{l^9}{3456R^4 \cdot l_{s1^4}} \\ Y_i' = \dfrac{l^3}{6R \cdot l_{s1}} - \dfrac{l^7}{336R^3 \cdot l_{s1^3}} + \dfrac{l^{11}}{42240R^5 \cdot l_{s1^5}} \end{cases} \begin{pmatrix} l = K_i - K_{ZH} \\ K_i 为计算里程 \\ l_{s1} 为第一缓和曲线长 \\ R 为半径 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} l = 8330 - 8322.6513 = 7.3487 \\ X_i' = 7.3487 - \dfrac{7.3487^5}{40 \times 500^2 \times 20^2} + \dfrac{7.3487^9}{3456 \times 500^4 \times 20^4} = 7.348678615 \\ Y_i' = \dfrac{7.3487^3}{6 \times 500 \times 20} - \dfrac{7.3487^7}{336 \times 500^3 \times 20^3} + \dfrac{7.3487^{11}}{42240 \times 500^5 \times 20^5} = 0.006614198 \end{cases}$$

第一缓和曲线切线方位角：$A_{Pi} = A_P + J \cdot \dfrac{l^2}{2l_{s1}R} \cdot \dfrac{180}{\pi} \begin{pmatrix} A_p 为第一切线方位角(JD1 \to JD2) \\ l = K_i - K_{ZH} \\ 曲线左转 J = -1 \\ 曲线右转 J = 1 \\ R 为半径 \\ l_{s1} 为第一缓和曲线长 \end{pmatrix}$

$$A_{Pi} = 192°21'22.96'' + 1 \times \frac{7.3487^2}{2 \times 20 \times 500} \times \frac{180}{\pi} = 192°30'39.91''$$

第一缓和曲线坐标转换公式：

$$\begin{cases} X = X_{ZH} + X_i' \cdot cosA_p - J \cdot Y_i' \cdot sinA_p \\ Y = Y_{ZH} + X_i' \cdot sinA_p + J \cdot Y_i' \cdot cosA_p \end{cases} \begin{pmatrix} 曲线左转 J = -1 \\ 曲线右转 J = 1 \\ A_p 为第一切线方位角(JD1 \to JD2) \end{pmatrix}$$

中桩坐标：

$$\begin{cases} X = 2555006.499930 + 7.348678615 \times cos192°21'22.96'' - 1 \times 0.006614198 \times sin192°21'22.96'' \\ X = 2554999.322895 \\ Y = 859663.807655 + 7.348678615 \times sin192°21'22.96'' + 1 \times 0.006614198 \times cos192°21'22.96'' \\ Y = 859662.228638 \end{cases}$$

左边桩坐标：$\begin{cases} X_{左} = X_{中} + D \cdot \cos(A_{pi} - 90°) \\ Y_{左} = Y_{中} + D \cdot \sin(A_{pi} - 90°) \end{cases} \begin{pmatrix} D 为中桩到边桩的偏距 \\ A_{pi} 为切线方位角 \\ 偏左 - 90°、偏右 + 90° \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} X = 2554999.322895 + 2 \times \cos(192°30'39.91" - 90°) \\ X = 2554998.889638 \\ Y = 859662.228638 + 2 \times \sin(192°30'39.91" - 90°) \\ Y = 859664.181146 \end{cases}$$

九、计算圆曲线中桩、偏左 2m 边桩坐标 DK8+380（$l, X_i', Y_i', \beta, A_{pi}, X, Y$）

圆曲线方程： $\begin{cases} X_i' = R\sin\beta + m_1 \\ Y_i' = R(1-\cos\beta) + p_1 \end{cases} \left(\begin{matrix} R\text{为半径} \\ m_1\text{为切垂距}; \beta = \dfrac{2l - l_{s1}}{2R} \cdot \dfrac{180}{\pi} \\ p_1\text{为内移距} \quad l = K_i - K_{ZH} \\ K_i\text{为计算里程} \end{matrix} \right)$

$$\begin{cases} l = 8380 - 8322.6513 = 57.3487 \\ \beta = \dfrac{2 \times 57.3487 - 20}{2 \times 500} \times \dfrac{180}{\pi} = 5°25'32.74" \\ X_i' = 500 \times \sin 5°25'32.74" + 9.999866668 = 57.27781509 \\ Y_i' = 500 \times (1 - \cos 5°25'32.74") + 0.033332857 = 2.27355586 \end{cases}$$

圆曲线切线方位角： $A_{Pi} = A_p + J \cdot \beta \left(\begin{matrix} A_p\text{为第一切线方位角}(JD1 \to JD2) \\ \text{曲线左转}J = -1 \\ \text{曲线右转}J = 1 \\ \beta = \dfrac{2l - l_{s1}}{2R} \cdot \dfrac{180}{\pi} \end{matrix} \right)$

$$A_{Pi} = 192°21'22.96" + 1 \times 5°25'32.74" = 197°46'55.7"$$

圆曲线坐标转换公式：

$\begin{cases} X = X_{ZH} + X_i' \cdot \cos A_p - J \cdot Y_i' \cdot \sin A_p \\ Y = Y_{ZH} + X_i' \cdot \sin A_p + J \cdot Y_i' \cdot \cos A_p \end{cases} \left(\begin{matrix} \text{曲线左转}J = -1 \\ \text{曲线右转}J = 1 \\ A_p\text{为第一切线方位角}(JD1 \to JD2) \end{matrix} \right)$

中桩坐标：

$$\begin{cases} X = 2555006.499930 + 57.27781509 \times \cos 192°21'22.96" - 1 \times 2.27355586 \times \sin 192°21'22.96" \\ X = 2554951.035449 \\ Y = 859663.807655 + 57.27781509 \times \sin 192°21'22.96" + 1 \times 2.27355586 \times \cos 192°21'22.96" \\ Y = 859649.329789 \end{cases}$$

左边桩坐标： $\begin{cases} X_{左} = X_{中} + D \cdot \cos(A_{pi} - 90°) \\ Y_{左} = Y_{中} + D \cdot \sin(A_{pi} - 90°) \end{cases} \left(\begin{matrix} D\text{为中桩到边桩的偏距} \\ A_{pi}\text{为切线方位角} \\ \text{偏左} - 90°\text{、偏右} + 90° \end{matrix} \right)$

$$\begin{cases} X = 2554951.035449 + 2 \times \cos(197°46'55.7" - 90°) \\ X = 2554950.424653 \\ Y = 859649.329789 + 2 \times \sin(197°46'55.7" - 90°) \\ Y = 859651.234239 \end{cases}$$

十、计算第二缓和曲线中桩、偏右 2m 边桩坐标 DK8+440（$\boldsymbol{l, X_i', Y_i', A_{pi}, X, Y}$）

由缓和曲线基本公式可求出X_i'、Y_i'该公式属于无限多项式，这里取前 3 项作为基本公式。

第二缓和曲线方程：

$$\begin{cases} X_i^" = l - \dfrac{l^5}{40R^2 \cdot l_{s2^2}} + \dfrac{l^9}{3456R^4 \cdot l_{s2^4}} \\ Y_i^" = \dfrac{l^3}{6R \cdot l_{s2}} - \dfrac{l^7}{336R^3 \cdot l_{s2^3}} + \dfrac{l^{11}}{42240R^5 \cdot l_{s2^5}} \end{cases} \begin{pmatrix} l = K_{HZ} - K_i \\ K_i\text{为计算里程} \\ l_{s2}\text{为第二缓和曲线长} \\ R\text{为半径} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} l = 8448.7732 - 8440 = 8.7732 \\ X_i^" = 8.7732 - \dfrac{8.7732^5}{40 \times 500^2 \times 30^2} + \dfrac{8.7732^9}{3456 \times 500^4 \times 30^4} = 8.77323880 \\ Y_i^" = \dfrac{8.7732^3}{6 \times 500 \times 30} - \dfrac{8.7732^7}{336 \times 500^3 \times 30^3} + \dfrac{8.7732^{11}}{42240 \times 500^5 \times 30^5} = 0.00750305 \end{cases}$$

第二缓和曲线切线方位角：

$$A_{Pi} = A_{p'} - J \cdot \frac{l^2}{2l_{s2}R} \cdot \frac{180}{\pi} \begin{pmatrix} A_{p'}\text{为第二切线方位角}(JD2 \to JD3) \\ \text{曲线左转}J = -1 \\ \text{曲线右转}J = 1 \\ R\text{为半径} \\ l_{s2}\text{为第二缓和曲线长} \end{pmatrix}$$

$$A_{Pi} = 203°56'38.75" - 1 \times \frac{8.7732^2}{2 \times 30 \times 500} \times \frac{180}{\pi} = 203°47'49.55"$$

第二缓和曲线坐标转换公式：

$$\begin{cases} X = X_{HZ} - X_i^" \cdot cosA_{p'} - J \cdot Y_i^" \cdot sinA_{p'} \\ Y = Y_{HZ} - X_i^" \cdot sinA_{p'} + J \cdot Y_i^" \cdot cosA_{p'} \end{cases} \begin{pmatrix} \text{曲线左转}J = -1 \\ \text{曲线右转}J = 1 \\ A_{p'}\text{为第二切线方位角}(JD2 \to JD3) \end{pmatrix}$$

中桩坐标：

$$\begin{cases} X = 2554887.072964 - 8.77323880 \times cos203°56'38.75" - 1 \times 0.00750305 \times sin203°56'38.75" \\ X = 2554895.094239 \\ Y = 859624.169449 - 8.77323880 \times sin203°56'38.75" + 1 \times 0.00750305 \times cos203°56'38.75" \\ Y = 859627.723167 \end{cases}$$

$$右边桩坐标：\begin{cases} X_{右} = X_{中} + D \cdot \cos\left(A_{pi} + 90°\right) \\ Y_{右} = Y_{中} + D \cdot sin\left(A_{pi} + 90°\right) \end{cases} \begin{pmatrix} D为中桩到边桩的偏距 \\ A_{pi}为切线方位角 \\ 偏左-90°、偏右+90° \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} X = 2554895.094239 + 2 \times \cos\left(203°47'49.55'' + 90°\right) \\ X = 2554895.901237 \\ Y = 859627.723167 + 2 \times \sin\left(203°47'49.55'' + 90°\right) \\ Y = 859625.893207 \end{cases}$$

曲线要素、中边桩坐标计算成果表

第一切线方位角$A_P = 192°21'22.96''$、第二切线方位角$A_{P'} = 203°56'38.75''$、转向角$a = 11°35'15.79''$

切垂距$m1 = 9.999866668m$、切垂距$m2 = 14.999550011m$、内移距$p1 = 0.033332857m$、内移距$p2 = 0.074997589m$

第一切线长$T1 = 60.9447m$、第二切线长$T2 = 65.5337m$、圆曲线长$Ly = 76.1219m$、曲线长$L = 126.1219m$、切垂距$q = 0.3565m$

缓和曲线角$\beta o1 = 1°08'45.3''$、缓和曲线角$\beta o2 = 1°43'07.94''$、外矢距$E = 2.622m$

$$\begin{cases} 直缓K_{ZH} = DK8 + 322.6513 \\ 缓圆K_{HY} = DK8 + 342.6513 \\ 曲中K_{QZ} = DK8 + 380.7123 \\ 圆缓K_{YH} = DK8 + 418.7732 \\ 缓直K_{HZ} = DK8 + 448.7732 \end{cases}$$

$DK8 + 330$ 中桩坐标：$\begin{cases} X = 2554999.322895 \\ Y = 859662.228638 \\ \beta_P = 192°30'39.91'' \end{cases}$、$DK8 + 330$ 偏左 $2m$ 边桩坐标：$\begin{cases} X = 2554998.889638 \\ Y = 859664.181146 \end{cases}$

$DK8 + 380$ 中桩坐标：$\begin{cases} X = 2554951.035449 \\ Y = 859649.329789 \\ \beta_P = 197°46'55.7'' \end{cases}$、$DK8 + 380$ 偏左 $2m$ 边桩坐标：$\begin{cases} X = 2554950.424653 \\ Y = 859651.234239 \end{cases}$

$DK8 + 440$ 中桩坐标：$\begin{cases} X = 2554895.094239 \\ Y = 859627.723167 \\ \beta_P = 203°47'49.55'' \end{cases}$、$DK8 + 440$ 偏右 $2m$ 边桩坐标：$\begin{cases} X = 2554895.901237 \\ Y = 859625.893207 \end{cases}$

坐标计算成果核对表

核对软件：**测量坐标计算程序 V6**　下载地址：https://www.xueceliang.cn/ce/clzbjscxv6.html

该程序由作者历时多年编写，自发布以来得到了众多测量人员的应用与认可。

程序计算成果表如下：

交点编号	交点坐标		交点桩号 (K)	转角值 (°′″)	曲线要素表 (m)							曲线主点位置				
	N (X)	E (Y)			半径 R	缓和曲线长度 Ls1	缓和曲线长度 Ls2	切线长度 T1	切线长度 T2	曲线长度 Lh	外距 E	第一缓和曲线起点	第一缓和曲线终点或圆曲线起点	圆曲线中点	第二缓和曲线起点或圆曲线终点	第二缓和曲线终点
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
JD1	2555046.6720	859672.6080														
JD2	2554946.9670	859650.7660	08+383.5960	右 11°35′15.79″	500	20	30	60.9447	65.5337	126.1219	2.622	08+322.6513	08+342.6513	08+380.7123	08+418.7732	08+448.7732
JD3	2554902.1600	859630.8690														

里程桩号 (K)	中桩坐标（m）		左边桩坐标（m）				右边桩坐标（m）				切线方位角 (°′″)
	N(X)	E(Y)	偏距 (m)	偏角 (°)	N(X)	E(Y)	偏距 (m)	偏角 (°)	N(X)	E(Y)	
08+330.000	2554999.3229	859662.2286	2	90	2554998.8896	859664.1811	2	90	2554999.7562	859660.2761	192°30′39.91″
08+380.000	2554951.0354	859649.3298	2	90	2554950.4247	859651.2342	2	90	2554951.6462	859647.4253	197°46′55.69″
08+440.000	2554895.0942	859627.7232	2	90	2554894.2872	859629.5531	2	90	2554895.9012	859625.8932	203°47′49.54″

$$DK8+330：\begin{cases} X=2554998.889638(较差\ 0mm) \\ Y=859664.181146(较差\ 0mm) \end{cases} DK8+380：\begin{cases} X=2554950.424653(较差\ 0mm) \\ Y=859651.234239(较差\ 0mm) \end{cases} DK8+440：\begin{cases} X=2554895.901237(较差\ 0mm) \\ Y=859625.893207(较差\ 0mm) \end{cases}$$

总结：

本文所采用的公式来自于某测量教科书、讲解的方法属于通用型，可计算(圆曲线、圆曲线带缓和曲线等长型、圆曲线带缓和曲线不等长型）等基本线型，适用于铁路、公路线路坐标中边桩计算，在实际工作中可采用编程计算器、Excel VBA、C语言等将公式归类汇编然后用于到具体工作中来减少坐标计算的工作量。

扫描二维码访问

【学测量】零基础懂测量

网址：https://www.xueceliang.cn

学测量网站致力于为测绘从业人员提供更简单、更实用的基础学习资源。通过学测量网站使您测量水平日新月异、事业进展迅速。

学测量网站分类板块全面包含测绘类的：大地测量、测绘航空摄影、摄影测量与遥感、工程测量、海洋测绘、界线与不动产测绘、地理信息系统工程、地图编制等。